

情報系の物理学レポート 第2回

g99p1457 矢島伸吾

出題日：2000年10月18日(水)

提出日：2000年10月25日(水)

提出期限：2000年11月1日(水)

1 問題

長さ 2π のドーナツ状の針金が

$$u(x, 0) = f(x) = (2\pi - x)x \quad (1)$$

という初期条件を満たす時、 $u(x, t)$ をグラフに書け。ただし、 $t \geq 0, \kappa = 1$ とする。

2 問題の解析

授業中に、拡散方程式

$$u(x, t) = u_0(x, t) + \sum_{n=1}^{\infty} u_n(x, t) \quad (2)$$

$$= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) e^{-\kappa n^2 t} \quad (3)$$

を求めた。ここで、 a_n, b_n は $u(x, 0)$ のフーリエ展開

$$u(x, 0) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$
$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos nx dx \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$
$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin nx dx \quad (n = 1, 2, \dots)$$

より求める。

よって、(1) をフーリエ展開して a_n, b_n を求め、それを (3) に代入した式が、針金の場所 x の温度 $u(x, t)$ の時間変化を表す。

3 解答

Mathematica による計算と結果のグラフを以下に示す。

a,b の計算：

```
In[] := a = Simplify[Integrate[(2Pi - x)x * Cos[n * x], x, 0, 2Pi]/Pi]
```

```
Out[] := - $\frac{4\text{Cos}[n\pi](n\pi\text{Cos}[n\pi] - \text{Sin}[n\pi])}{n^3\pi}$ 
```

```
In[] := b = Simplify[Integrate[(2Pi - x)x * Sin[n * x], x, 0, 2Pi]/Pi]
```

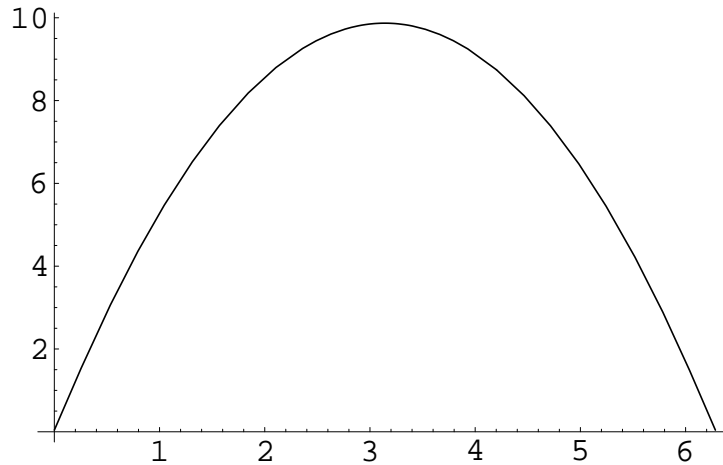
```
Out[] := - $\frac{2(-1 + \text{Cos}[2n\pi] + n\pi\text{Sin}[2n\pi])}{n^3\pi}$ 
```

```
In[] := a0 = Integrate[(2Pi - x)x, x, 0, 2Pi]/Pi
```

```
Out[] :=  $\frac{4\pi^2}{3}$ 
```

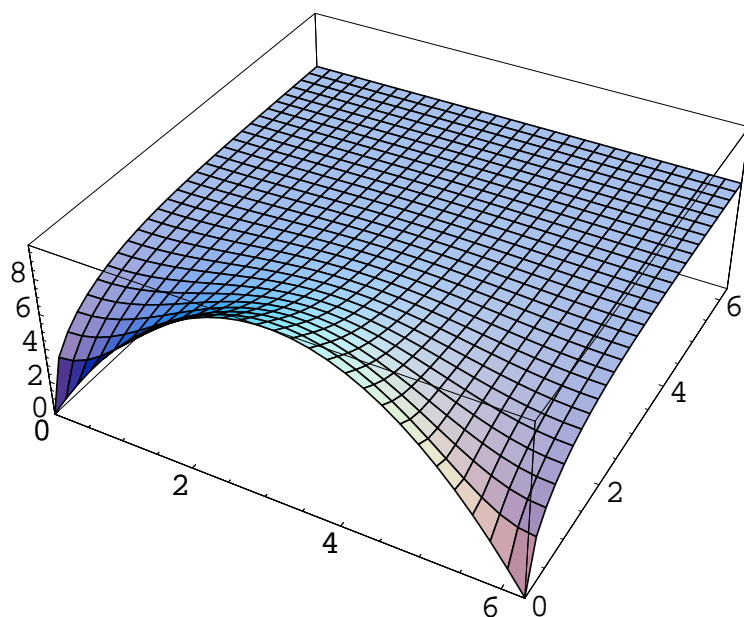
これを元に、 $f(x)$ のグラフを作成した。これが針金の初期温度分布である。

```
In[] := Plot[a0/2 + Sum[a * Cos[n * x] + b * Sin[n * x], n, 100], x, 0, 2Pi]
```



a_0, a_n, b_n を (3) に代入した式より、 $u(x, t)$ の 3D グラフを作成する。

```
In[] := Plot3D[a0/2 + Sum[(a * Cos[n * x] + b * Sin[n * x])E(-1 * (n2) * t), n, 100],  
x, 0, 2Pi, t, 0, 2Pi, PlotRange -> {0, Pi2}, PlotPoints -> 30]
```



これにより針金の熱の拡散と時間の関係がわかる。時間がたつにつれて、針金の温度分布が均一になっているのがわかる。

4 考察・感想

今回のレポートは、TeX で作成して PDF ファイルでの提出ということで、PDF ファイルの作成にとっても苦労した。まず画像を取り込むために CTAN から Graphics フォルダをダウンロードする事から始まり、dviout, GhostScript のインストール、そこから ps2pdf.bat が動かずになやんだり、丸 2 日以上費やしてしまった。そして出来あがったファイルは 100KB を超え、どんな環境でも読める形式であると言う利点を考慮しても、この大きさのファイルをメールで提出させる必要があるのか疑問を感じる。

Adobe Acrobat Distiller は高価であり、これ以外の方法となると、私には TeX を PostScript ファイルに変換し、それを GhostScript の Convert で PDF ファイル形式で保存する方法しか思いつかなかった。この方法だと、日本語が画像形式で保存されるためファイルが大きくなるらしい。人に聞いても、Distiller 以外に日本語に対応した変換系はないという話だった。

また、GhostScript 付属の ps2pdf.bat を用いても変換が出来るのだが、私の環境では最初動作しなかった。

```
ps2pdf sample.ps sample.pdf
```

と打ちこむと、

```
Unable to open command line file _..at
gsdll_init returns 1
```

とエラーが表示される。どうやら `_.at` (空のファイル) を `copy nul _.at` により作成する事が、Windows98 上では出来ない事が原因のようだ。代わりに `_.at` というからのファイルを作成し、

```
ps2pdfxx sample.ps sample.pdf
```

とすれば、PDF ファイルが作成される。しかし、`_.at` は毎回消されてしまうので、変換するたびに作りなおさなければならない。

`ps2pdf.bat` の中で、空のファイル `_.at` を作るために、私はまず空のファイル `_.bak` を、適当なフォルダ (ここでは `C:\Aladdin\gs6.01\bin` とする) に作成し、`ps2pdf.bat` の中の

```
copy nul _.at
```

の部分で、

```
type C:\Aladdin\gs6.01\bin\_.bak > _.at
```

と書き換えた。他にも DOS コマンド内で 0 バイトのファイルを作成する方法があれば教えて欲しい。

こうする事で、`ps2pdf.bat` が正常に動くようになった。

ちなみに、このコマンドはデフォルトで恐らく 600dpi 程度で保存しているようで、ファイルサイズは GhostView から 300dpi でコンバートした時よりも大きくなる。また、600dpi で保存した時よりも若干大きくなったが、画質は向上しているようだ。この PDF ファイルは `ps2pdf.bat` を用いて作成したものである。

その後、先輩に聞いたところ、

```
type nul > _.at
```

に書き換えてもうまくいくことがわかった。こう書きかえるのが最も良いやり方であると思われる。