

情報系の物理学 レポート 第3回

G99P057-3 斎藤卓也

出題日: 2000-10-25

提出期限:2000-11-08

提出日: 2000-10-31

1 (a) 問題

長さ π の弦の中心の一部 (幅 a) を $t = 0$ でたたいたとする。 $t = 0$ で

$$u(x, 0) = f(x) = 0$$
$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = g(x) = \begin{cases} 0 & (0 \leq x < \frac{\pi-a}{2}) \\ 1 & (\pi - \frac{a}{2} \leq x \leq \frac{\pi+a}{2}) \\ 0 & (\frac{\pi+a}{2} < x) \end{cases}$$

としたときの $u(x, t)$ の変化を ($t \geq 0$) で解析して図示せよ。

ただし弦は

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \tag{1}$$

をみたして動くとする。

2 (b) 問題の解析

授業より、

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

を解くと、

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos P_n t + B_n \sin P_n t) \sin P_n x$$
$$A_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx$$
$$B_n = \frac{2}{L P_n} \int_0^L g(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx$$
$$P_n = \frac{n\pi}{L}$$

となる。

3 (c) Mathematicaでの解

上記の式を解くための Mathematica での入力と、それにより得た結果(グラフ)を以下に示す。

$$L := \pi$$

$$a := 0.2$$

$$f[x_] := 0$$

$$p[n_] := \frac{n * \pi}{L}$$

$$A[n_] := \frac{2}{L} \int_0^L f[x] * \text{Sin}\left[\frac{n * \pi * x}{L}\right] dx$$

$$g[x_] := \text{If}\left[\frac{\pi - a}{2} \leq x \leq \frac{\pi + a}{2}, 1., 0.\right]$$

$$B[n_] := \frac{2}{L * p[n]} \int_0^L g[x] * \text{Sin}\left[\frac{n * \pi * x}{L}\right] dx$$

$$u[x_, t_] := \sum_{n=1}^{10} ((A[n] * \text{Cos}[p[n] * t] + B[n] * \text{Sin}[p[n] * t]) * \text{Sin}[p[n] * x])$$

$$\text{Plot3D}[u[x, t], \{x, 0, \pi\}, \{t, 0, 7\}, \text{PlotRange} \rightarrow \text{All}, \text{PlotPoints} \rightarrow 50, \text{AxesLabel} \rightarrow \{"x", "t", "u(x, y)"}]$$

4 (d) 考察・感想

グラフを見ると、時間がたつにつれて弦の振動が広がっていく。また、この振動をみると、単に単純な単振動とは違った動きをしているように見えるところが興味深いところである。

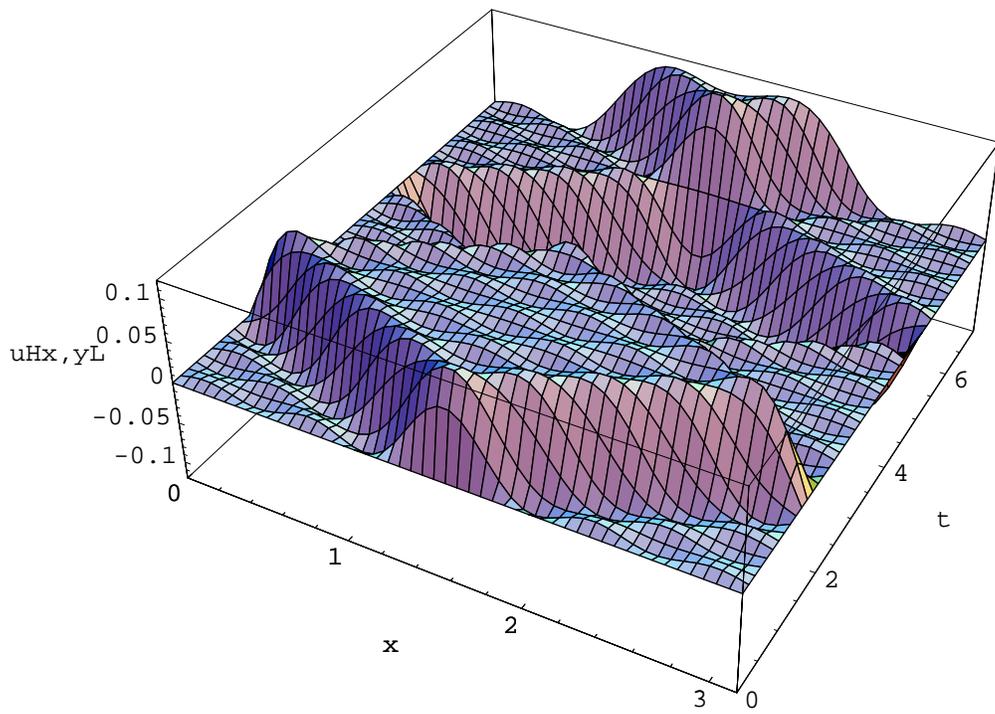


图 1: 解析结果