

Matlabを用いた行列演算

担当: 高安 亮紀

目的

- 行列は、シミュレーションにおいて重要である。
 - たくさんのデータを取り扱うのに便利
 - 連立一次方程式や固有値の計算
- 本講義では、実際にMatlabで行列を扱い、行列の演算について、例題や演習問題を通じて学習する。

※) 第1回Matlabの基本的な使い方について習得していること

行列の転置

- 転置行列とは、元の行列の列と行を入れ換えて作った行列を言う。
- MATLABでは行列Aの転置はA'と表す。
- 行ベクトルを列ベクトルに変換する操作などに転置演算がよく用いられる。

```
>> a=[4 -1 3]
```

```
a =
```

```
    4    -1     3
```

```
>> a'
```

```
ans =
```

```
    4
```

```
   -1
```

```
    3
```

配列積とdot積（行列積）

- 配列積(`.*`): 要素ごとの積を計算(結果は配列)
- dot積(`*`): 同じ次元の2つの列ベクトルのスカラー積(内積)

$$a^T b = \sum_{i=1}^n a_i b_i \quad \text{や行列積を計算}$$

例題) 配列積とdot積の違いを確認してみよう。

<pre>>> a=[4 -1 3];</pre>	☆こんなやり方でもdot積が求まります。
<pre>>> b=[-2 5 2];</pre>	<pre>>> sum(a.*b)</pre>
<pre>>> a*b'</pre>	<pre>ans =</pre>
<pre>ans = -7</pre>	<pre>-7</pre>
<pre>>> a.*b</pre>	<pre>>> dot(a,b)</pre>
<pre>ans = -8 -5 6</pre>	<pre>ans =</pre>
	<pre>-7</pre>

実習1:ベクトル演算

(1) 一様乱数で行ベクトル(1行×5列)、xとyを作成しなさい。

ヒント: 一様乱数 `rand(m,n)`

(2) (1)で作成したベクトルx,yの配列積とdot積を計算しなさい。

(3) xの1列目と4列目を交換したものをzとし、zとyの配列積とdot積を計算し、計算結果を確認しなさい。

ヒント: xをzとしてコピー

```
>> z=x
```

xの1列目の要素の取り出し、zの4列目に代入 `>> z(4)=x(1)`

xの4列目の要素についても同様に行う

行列の乗算

- 二つの行列のAとBの積について、
Cの(i,j)要素は、Aのi行目とBのj列の内積に等しい。

例題) 行列を生成し、行列積を計算する。

```
>> A
```

```
A =
```

```
2  5  1
0  3 -1
7  3  8
```

```
>> B
```

```
B =
```

```
1  0  1
-1 4 -2
5  2  1
```

```
>> C=A*B
```

```
C =
```

```
2  22 -7
-8  10 -7
44  28  9
```

```
>> A(1,:)*B(:,1)
```

```
ans =
```

```
2
```

```
>> C(1,1)
```

```
ans =
```

```
2
```

行列式

- 行列式は、正方行列を入力したときに計算できるスカラーで、`det`を使う。
- A が 2×2 の行列のときの行列式は $|A| = a_{1,1}a_{2,2} - a_{1,2}a_{2,1}$
- $|A|=0$ の時は、特異となり逆行列を持たない。

```
>> A
```

```
A =
```

```
2    5    1
```

```
0    3   -1
```

```
7    3    8
```

```
>> det(A)
```

```
ans =
```

```
-2.0000
```

実習2: 行列の乗算と行列式

(1) MATLABを使って、以下の行列を定義し、a)~g)を計算しなさい。

$A =$	$B =$	$C =$	$D =$	$I =$
$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

- a) $D*B$
- b) $B*C$
- c) $(C*B)*D'$
- d) $B-I*B$
- e) $A*C$
- f) $\det(B)$
- g) $\det(A*C')$

もし、こんなエラーメッセージが出たら、
どうして計算できないのか考えてみよう！
ヒント: 行列の行数と列数

Error using *
Inner matrix dimensions must agree.

実習2：行列の乗算と行列式

(2) 以下のA～Cの行列について、逆行列を持つかどうかを調べなさい

ヒント： p.7

A =

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

B =

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

C =

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 5 & -4 & 0 \end{pmatrix}$$

連立一次方程式の解～逆行列を用いる方法

- 連立一次方程式を解く1つの方法として、逆行列 ([inv](#)) を使う。

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 10 \\ -x + 3y + 2z = 5 \\ x - y - z = -1 \end{cases}$$

```
>> A=[3 2 -1;-1 3 2;1 -1 -1]
```

```
A =
```

```
    3    2   -1  
   -1    3    2  
    1   -1   -1
```

```
>> b=[10 5 -1]'
```

```
b =
```

```
    10
```

```
     5
```

```
    -1
```

```
>> x=inv(A)*b
```

```
x =
```

```
   -2.0000
```

```
    5.0000
```

```
   -6.0000
```

連立一次方程式の解～左除算を用いる方法

- 連立一次方程式を解くスタンダードな方法として、行列の除算演算子(`\`)を使う(`shift + ¥`)。この方法では、ガウスの消去法が用いられ、逆行列を経由しない(そのほうが効率が良い)。

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 10 \\ -x + 3y + 2z = 5 \\ x - y - z = -1 \end{cases}$$

```
>> A=[3 2 -1;-1 3 2;1 -1 -1]
```

```
A =
```

```
    3    2   -1  
   -1    3    2  
    1   -1   -1
```

```
>> b=[10 5 -1]'
```

```
b =
```

```
    10  
     5  
    -1
```

```
>> x=A\b
```

```
x =
```

```
 -2.0000  
  5.0000  
 -6.0000
```

実習3：連立一次方程式の解

- 次の連立一次方程式を、左除算による方法と逆行列による方法の2通りで解きなさい。

$$\textcircled{1} \begin{cases} -2x + y = -3 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} 10x - 7y = 7 \\ -3x + 2y + 6z = 4 \\ 5x + y + 5z = 6 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} x + 4y - z + w = 2 \\ 2x + 7y + z - 2w = 16 \\ x + 4y - z + 2w = -15 \\ 3x - 10y - 2z + 5w = -15 \end{cases}$$

参考文献

- 理工系学生のためのMATLABビギナーズガイド
著者：デローレス・M・エッター
出版社：株式会社 山海堂, 2001